

**摘要:** 随着卫星指向精度和分辨率水平的提高, 卫星微小角振动受到了更多的重视。应用 EMD 和 Hilbert 谱分析结合的方法虽然可以得到微小角振动信号在任意时刻的时间 - 频率 - 能量的特征信息, 但传统 EMD 方法存在端点效应与模态混叠问题, 制约了算法的精度和应用范围。针对此问题, 采用多项式拟合延拓与基于 Hilbert 特性的频谱搬移方法对 EMD 算法进行改进, 减小了端点效应带来的误差, 消除了信号包含相近频率分量时的模态混叠现象。利用单轴转台的微小转动模拟卫星上微振动状态, 用光纤陀螺测量微小角振动信号, 使用改进算法处理所得信号, 验证了改进算法的优越性。

**关键词:** 卫星微小角振动; 改进经验模态分解算法; 模态混叠; 光纤陀螺

**中图分类号:** V19      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1006-883X(2020)11-0033-05

**收稿日期:** 2020-10-09

# 基于改进 EMD 的卫星微小角振动信号分析方法

李彦 王鹏跃

北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191

## 一、引言

随着卫星指向精度和分辨率水平的提高, 由动量轮、反作用轮、太阳能帆板、推力器、天线驱动机构等部件产生的扰动所引起的卫星微小角振动受到了更多的重视<sup>[1]</sup>。微小角振动会影响卫星遥感成像设备、激光通信设备、太空望远镜等高精度设备的正常工作, 成为了发展高精度、高分辨率卫星的主要瓶颈之一<sup>[2]</sup>。

为了在一定程度上消除微小角振动对星载高精度设备的影响, 分析并提取卫星微小角振动信号的特征信息是十分必要的。卫星微小角振动信号是一种非平稳随机信号, 不仅包含着不同频率的振动谐波, 还存在由于部件开始/停止工作或环境干扰带来的信号频率突变现象。因此, 如何准确地分析得到微小角振动特征信息是一个值得研究的问题。

目前信号的时频分析方法有很多, 如傅里叶分析、小波分析等。其中, 傅里叶分析一直是信号分析的常用方法<sup>[3]</sup>, 但在应用时它有着严格的限制条件: 数据

必须具有严格的稳定性和周期性, 否则其频谱分析就没有实际意义。对于卫星微小角振动信号, 采用傅里叶分析方法显然是不合适的。近年来, 小波分析方法得到了普遍应用, 但由于此方法存在基本小波函数长度有限产生的泄露问题, 使得其对时间 - 频率 - 能量分布的定量定义存在困难<sup>[4]</sup>。

1998 年, HUANG N E 等人<sup>[5]</sup>提出了经验模态分解 (EMD), 将信号分解为多个本征模态函数 (IMF), 每个 IMF 具有不同特征尺度, 进一步对各个 IMF 进行 Hilbert 谱分析, 即可得到任意时刻时间 - 频率 - 能量的特征信息, 是分析非平稳随机信号的理想选择。2014 年, 中国航天电子技术研究院孟祥涛等<sup>[6]</sup>采用 EMD 对航天器微小角振动信号进行了分析, 并提取出了有效的微小角振动特征信息, 但却忽视了 EMD 本身存在的两个重要问题, 即端点效应及模态混叠, 前者会令 EMD 结果存在较大误差, 进而导致 Hilbert 谱分析存在误差, 在数据量较少时尤为显著; 后者在数据不满足 EMD 的前提条件时会令 EMD 失效, 无法继

续进行 Hilbert 谱分析。本文采用多项式拟合延拓及基于 Hilbert 特性的频谱搬移方法改进了传统 EMD 算法，可以在一定程度上减小端点效应带来的误差，消除信号包含相近频率分量时的模态混叠现象，最终实现振动信号特征信息的提取。利用单轴转台的微小转动模拟卫星上微振动状态，用光纤陀螺 (FOG) 测量微小角振动信号，使用改进算法处理所得信号，验证了改进算法的优越性。

## 二、理论分析

### 1、EMD 及 Hilbert 谱分析原理

#### (1) EMD 基本原理

对于卫星微小角振动信号这类的非平稳随机信号，在整体时间尺度上讨论其信号频率、幅值通常是没有意义的，信号的局部特征才是更值得研究的信息。为了研究信号的局部特征，需要先将信号分解为多个分量信号，即任意时刻只含有一个频率成分的信号<sup>[7-8]</sup>。

EMD 可以将一个多分量信号分解为多个窄带分量，而每个分量被称为信号的 IMF。在  $t$  时刻，信号  $x(t)$  的 EMD 结果可以由  $n$  个 IMF 和一个余项  $r_n(t)$  组成：

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (1)$$

式中， $c_i(t)$ — $t$  时刻的第  $i$  阶 IMF，每个 IMF 必须满足两个条件：

- ① 函数的极值点数和过零点数目相差不大于 1；
- ② 在函数上任意点处，上下包络的均值都为零。

EMD 的基本方法为：

首先设原始信号为  $x(t)$ ，找到它所有的局部极大值和极小值点，利用三次样条函数依据极值点分别拟合出信号的上包络线  $e_+(t)$  和下包络线  $e_-(t)$ ，则可以得到信号的均值包络线  $m_1(t)$ ：

$$m_1(t) = \frac{e_+(t) + e_-(t)}{2} \quad (2)$$

在原始信号的基础上减去均值包络线  $m_1(t)$ ，相当于剔除掉一个低频成分，得到新信号  $h_1^1(t)$ ：

$$h_1^1(t) = x(t) - m_1(t) \quad (3)$$

重复以上步骤  $k$  次，直至所得信号  $h_1^k(t)$  满足上述

两个条件，此时便得到了  $x(t)$  的一阶 IMF 分量：

$$c_1(t) = h_1^k(t) \quad (4)$$

在原始信号的基础上减去一阶 IMF 分量，相当于剔除掉一个高频成分，得到新信号  $r_1(t)$ ：

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (5)$$

重复以上过程，得到  $c_2(t)$ ,  $c_3(t)$ ,  $\dots$ ，直至第  $n$  阶 IMF 分量  $c_n(t)$  小于预设的最大残差值，或当残余分量  $r_n(t)$  为常量或单调函数（信号趋势项）时，EMD 过程结束。

#### (2) Hilbert 谱分析原理

对信号的多个 IMF 分别进行 Hilbert 变换，即可得到每个 IMF 的瞬时频谱，即 Hilbert 谱。分析过程如下：

首先对 IMF 分量  $c_i(t)$  进行 Hilbert 变换：

$$H[c_i(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (6)$$

可以得到  $c_i(t)$  的解析信号  $z_i(t)$  为：

$$z_i(t) = c_i(t) + jH[c_i(t)] = A_i(t)e^{-i\theta_i(t)} \quad (7)$$

其中， $A_i(t)$ —幅值函数；

$\theta_i(t)$ —相位函数。

$$A_i(t) = \sqrt{c_i^2(t) + H^2[c_i(t)]} \quad (8)$$

$$\theta_i(t) = \arctan(H[c_i(t)] / c_i(t)) \quad (9)$$

则其瞬时频率  $f_i(t)$  为：

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (10)$$

由此，即可将  $c_i(t)$  表示为：

$$c_i(t) = \text{Re}[A_i(t)e^{-i\theta_i(t)}] = \text{Re}[A_i(t)e^{i2\pi \int f_i(t) dt}] \quad (11)$$

式中， $\text{Re}$  表示取实部，式 (11) 反映了信号幅值 - 时间 - 频率三者的关系，定义  $H[f, t]$  为 Hilbert 幅值谱，简称 Hilbert 谱：

$$H[f, t] = \text{Re}[A_i(t)e^{i2\pi \int f_i(t) dt}] \quad (12)$$

Hilbert 谱的意义在于强调了瞬时频率的概念，这在非平稳随机信号的时频分析中十分重要<sup>[9-10]</sup>。

### 2、EMD 的缺陷及改进方法

#### (1) 端点效应及改进方法

端点效应会在 EMD 过程中表现出明显的误差。产生端点效应的原因是：在 EMD 求信号的上下包络线这一步骤中，需要先找到信号的极大值与极小值，

而对于端点的处理，通常无法判断它是否为极大值或极小值，却又被当作了极值来处理，这就使得在对包络进行三次样条插值时存在误差，并且在每次分解得到 IMF 的过程中都又会产生新的误差，使整个分解过程被“污染”，严重时还会使整个分解过程失去意义。

目前对于端点效应主要的解决思路是对信号两端进行延拓，从而保护实际信号不受端点效应的“污染”。基于多项式拟合的延拓方法对于在端点附近有规律性的信号十分有效，且运算量较小。延拓方法为在原信号两端取若干个极值点，根据这些极值点进行多项式拟合，再利用多项式函数在两端延拓信号，从而抑制原信号部分的端点效应<sup>[11-12]</sup>。

### (2) 模态混叠及改进方法

在使用 EMD 时经常会遇到模态混叠现象，所谓模态混叠是指分解得到的一个模态中，含有其他模态的分量，使得 EMD 的结果失去了实际的物理意义。对于卫星微小角振动信号，引起模态混叠的主要原因是信号中同时存在的几个频率分量相互作用，导致 EMD 无法将它们正确分解。以两个不同频率的混合信号  $x(t)=a_1\sin(2\pi f_1t)+a_2\sin(2\pi f_2t)$  为例， $a_1$ 、 $f_1$  和  $a_2$ 、 $f_2$  分别为两种振动分量的幅值与频率，EMD 可以将它们正确分解的前提条件是： $f_1>2f_2$  且  $a_1f_1>a_2f_2$ 。

针对两信号频率满足  $1<f_1/f_2<2$  的情况，可以通过频谱搬移的方法将信号频率整体搬移  $f_0$ ，使得  $(f_2-f_0)/(f_1-f_0)<0.5$ ，这样，即可弱化 EMD 正确分解条件的约束性。具体步骤如下：

① 求原信号  $x(t)$  的解析信号  $z(t)$ ；  
 ② 确定频率搬移量  $f_0$ ，使得  $(f_2-f_0)/(f_1-f_0)<0.5$ ；  
 ③ 对解析信号  $z(t)$  进行频谱搬移，搬移结果可表示为  $z(t)e^{-j2\pi f_0t}$ ；

④ 求解可分解的时域信号  $x'(t)=\text{Re}[z(t)e^{-j2\pi f_0t}]$ ；

⑤ 对  $x'(t)$  进行 EMD 得到  $n$  个 IMF，记为  $\sum_{i=1}^n c_i'$ ；

⑥ 分别求  $\sum_{i=1}^n c_i'$  的解析信号  $\sum_{i=1}^n z_i(t)$ ，并再次进行频谱搬移，搬移结果可表示为  $\sum_{i=1}^n z_i(t)e^{j2\pi f_0t}$ ，再取实

部  $\text{Re}\left[\sum_{i=1}^n z_i(t)e^{j2\pi f_0t}\right]$  即为原始信号  $x(t)$  的 IMF。

### 三、实验设计

实验利用单轴转台的微小转动模拟卫星上微振动状态，用光纤陀螺（随机游走系数  $0.0003^\circ/\sqrt{h}$ ）测量微小角振动信号，实验装置如图 1 所示。

令转台分别以频率  $f_1=50\text{Hz}$ 、幅值  $a_1=0.01^\circ$  与频率  $f_2=40\text{Hz}$ 、幅值  $a_2=0.009^\circ$  转动，由上位机采集并存储光纤陀螺测量得到的数据。

### 四、实验结果分析

为了模拟卫星微小角振动的实际情况，采用两组数据组合的方式作为待处理信号。将光纤陀螺输出的两组角速度数据分别除以标度因数，剔除地球转速带来的零偏，积分后将两组数据累加组合，得到如图 2 所示的角度变化曲线。

直接应用传统 EMD 对该信号进行分解，得到 6 个 IMF 及 1 个残余项，由于信号由两个频率成分组成，因此在分解过程中重点关注前两个 IMF。

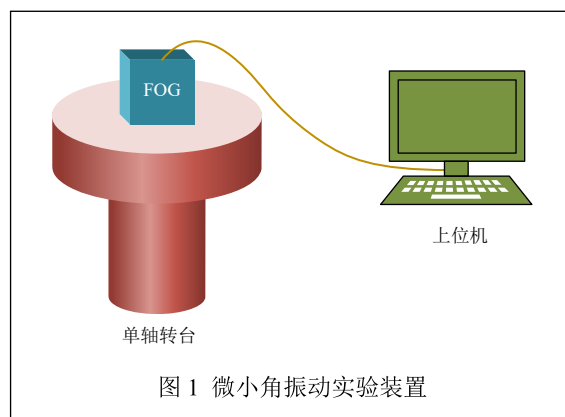


图 1 微小角振动实验装置

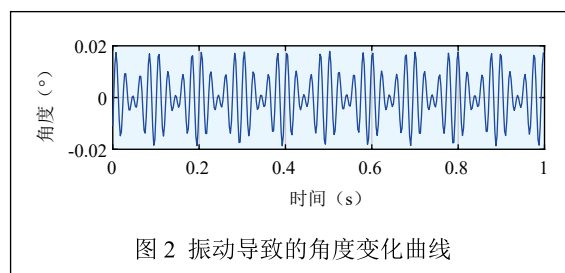


图 2 振动导致的角度变化曲线

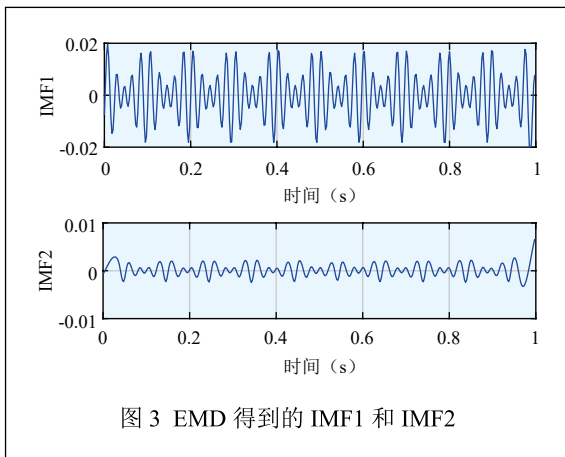


图3 EMD 得到的 IMF1 和 IMF2

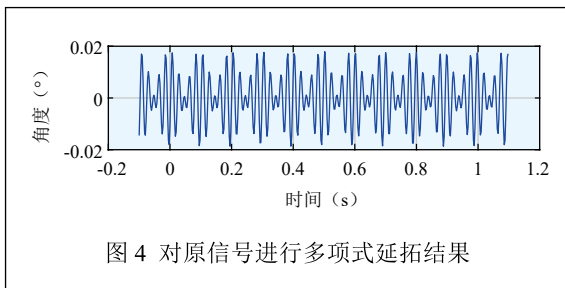


图4 对原信号进行多项式延拓结果

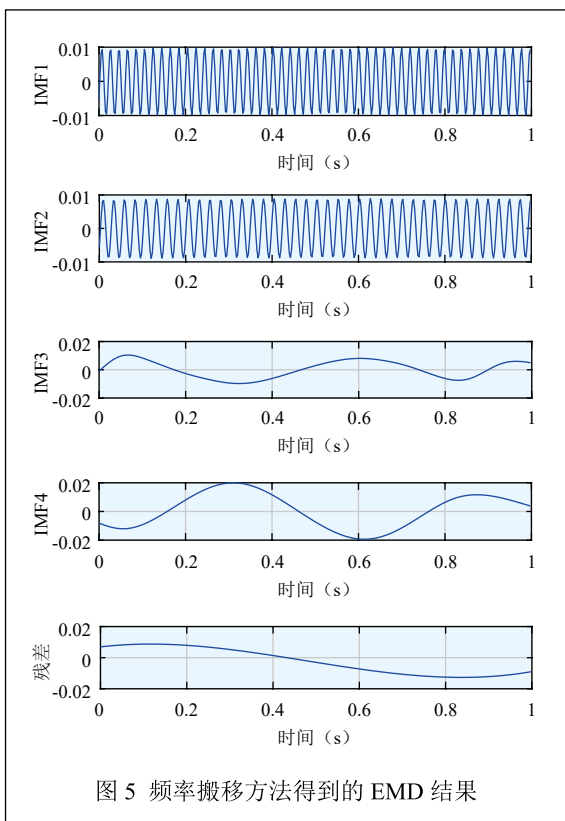


图5 频率搬移方法得到的 EMD 结果

从图3中可以看到，由于信号的两种组成频率不满足分解条件  $f_1 > 2f_2$  且  $a_1 f_1 > a_2 f_2$ ，在 IMF1 中出现了明显的模态混叠现象，直接导致分解失败。此外，在信号两端端点处也存在由端点效应引起的误差，导致了在 IMF2 中同样位置也产生了误差。

为了解决端点效应，首先对原始信号进行多项式延拓，延拓结果如图4所示。

在延拓后，对信号频率进行搬移，搬移频率的大小为  $f_0 = 35\text{Hz}$ ，使搬移后信号满足  $(f_2 - f_0)/(f_1 - f_0) < 0.5$  这一条件，进行 EMD 后再将频率搬移为原始信号频率，得到了如图5所示的4个 IMF 和一个残余项。

可以看到，采用频率搬移的方法后，消除了模态混叠的影响，其中 IMF1 及 IMF2 分别包含了两个不同频率分量的微小角振动的特征信息，在两端也没有明显的端点效应导致的异常值，可以应用 Hilbert 谱分析它们的特征，得到了图6所示的 Hilbert 谱图。

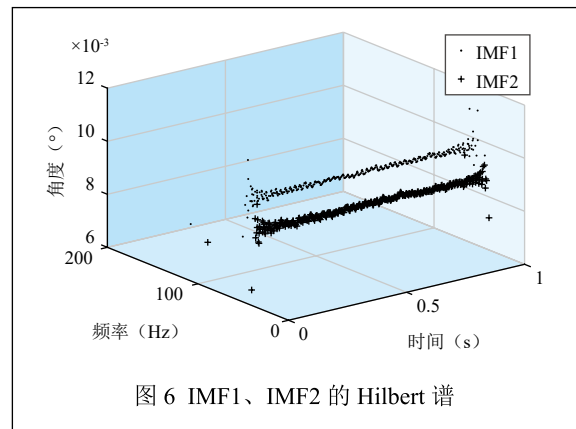


图6 IMF1、IMF2 的 Hilbert 谱

通过图6可以清晰地看到 IMF1 和 IMF2 幅值与频率随时间的变化趋势，两者的谱图均分布在实际值附近。经计算，IMF1 及 IMF2 的幅值、频率的平均值及与转台输入值之间的相对误差如表1所示。在应用多

表1 IMF1、IMF2 的 Hilbert 谱分析结果

	IMF1		IMF2	
	幅值 (°)	频率 (Hz)	幅值 (°)	频率 (Hz)
Hilbert 谱分析均值	0.0098	50.1	0.0088	40.1
对应转台输入值	0.01	50	0.009	40
相对误差	2.00%	0.20%	2.20%	0.25%

项式拟合延拓及频谱搬移的方法对 EMD 进行改进后, 不仅基本消除了端点效应带来的误差, 还消除了信号包含相近频率分量时存在的模态混叠现象, 更为精确地实现了实验信号的特征分析及提取。

## 五、结论

本文通过多项式延拓减小了端点效应带来的误差, 利用基于 Hilbert 特性的频谱搬移方法消除了信号包含相近频率分量时存在的模态混叠现象, 加强了 EMD 方法对处理卫星微小角振动信号的适应性。改进的 EMD 方法可以将包含相近频率分量的微小角振动信号中的不同频率成分分解出来, 并利用 Hilbert 谱分析不同模态的特征信息, 实现卫星微小角振动信号的特征提取, 得到幅值与频率随时间的变化信息。由单轴转台产生微小转动, 使用光纤陀螺测量转台的角速度变化, 通过信号累加的方式仿真卫星上的微小角振动状态, 采用改进 EMD 方法分析信号, 实现了角振动信号特征信息的提取, 最终验证了算法的有效性, 为卫星微小角振动信号分析提供了新的思路。

## 参考文献

- [1] 张振华, 杨雷, 庞世伟. 高精度航天器微振动动力学环境分析 [J]. 航天器环境工程, 2009, 26(06): 528-534+498.
- [2] 周伟勇. 航天器飞轮动力学建模与振动控制研究 [D]. 国防科学技术大学, 2012: 1-7.
- [3] LIN HC, YE YC. Reviews of bearing vibration measurement using fast Fourier transform and enhanced fast Fourier transform algorithms[J]. Advances In Mechanical Engineering, 2019, 11(1): 1-12.
- [4] 刘慧婷. EMD 方法的研究与应用 [D]. 安徽大学, 2004: 8-25.
- [5] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis[J]. Physical and Engineering Science, 1998, 454(1971): 903-995.
- [6] 孟祥涛, 王巍, 向政. 基于光纤陀螺与经验模态分解的卫星微小角振动检测技术 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(08): 2619-2625.
- [7] 霍红庆, 马勉军, 李云鹏, 等. 卫星微角颤振高精度测量技术 [J]. 传感器与微系统, 2011, 30(03): 4-6+9.
- [8] 王婷. EMD 算法研究及其在信号去噪中的应用 [D]. 哈尔滨工程大学, 2010: 27-76.
- [9] 刘玉龙, 李晓林. HHT 在动态称重传感器处理非线性信号中的应用 [J]. 传感器与微系统, 2015, 34(07): 158-160.
- [10] 张雪凤. 基于 HHT 理论的非平稳信号研究与应用 [D]. 哈尔滨工程大学, 2019: 35-86.

[11] 曹端超, 康建设, 赵劲松, 等. EMD 端点效应抑制方法仿真比较与实例分析研究 [J]. 机械传动, 2013, 37(03): 83-87.

[12] 何振鹏, 朱志琪, 谢海超, 等. 基于最小二乘法线性拟合抑制 EMD 端点效应 [J]. 系统仿真学报, 2018, 30(09): 3377-3385+3398.

[13] 边志强, 曾擎, 王皓, 等. 光纤陀螺测量卫星结构角振动的地面试验验证 [J]. 卫星工程, 2016, 25(02):133-138.

## Analysis Method of Satellite's Micro-angular Vibration Based on Improved EMD

LI Yan, WANG Peng-yue

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** With the improvement of satellite's pointing accuracy and resolution level, the satellite's micro-angular vibration has received more attention. Although the combined method of EMD and Hilbert spectrum analysis can obtain the characteristic information of the time-frequency-energy of the micro-angular vibration signal at any time, the traditional EMD method has the problem of end effect and modal aliasing, which restricts the accuracy and application range of this algorithm. In order to solve this problem, the EMD algorithm is improved by polynomial fitting continuation and the spectrum shift method based on Hilbert characteristics, which reduces the error caused by the end effect and eliminates the modal aliasing phenomenon when the signal contains similar frequency components. The micro-rotation of the single-axis turntable is used to simulate the micro-vibration state on the satellite, and the micro-angular vibration signal is measured by the fiber optic gyroscope. The improved algorithm is used to process the obtained angular vibration signal, which verified the superiority of the improved algorithm.

**Key words:** satellite's micro-angular vibration; improved EMD; modal aliasing; fiber optic gyroscope

## 作者简介

李彦: 北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 博士, 副教授, 主要从事光纤传感研究工作。

王鹏跃: 北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 硕士研究生, 主要研究方向为光纤陀螺测振技术。

通信地址: 北京市海淀区学院路 37 号

邮编: 100191 邮箱: wangpengyue@buaa.edu.cn