

注：国家自然科学基金资助项目（NO. 61571053）

摘要：针对 MEMS 陀螺仪的输出随机漂移误差影响测量精度的问题，提出一种改进的卡尔曼滤波方法进行 MEMS 陀螺仪误差补偿。传统的卡尔曼滤波方法是针对时域内的随机序列采用统计特性进行递推估计，从而得到测量所需要的信号。本文在传统卡尔曼滤波算法的基础上引入衰减因子和差分控制项，以此自适应地估计卡尔曼滤波量测噪声方差，并结合硬件系统将该算法进行静态性能试验和动态性能试验，使用 Allan 方差分析法对原始陀螺仪信号以及误差补偿后的陀螺仪信号进行对比分析。对比数据结果表明，陀螺仪静态随机误差得到了有效的抑制，从而验证了该算法在陀螺仪静态数据处理方面具有一定的应用价值。

关键词：MEMS 陀螺仪；Allan 方差；随机漂移；自适应卡尔曼滤波

中图分类号：V241.5

文献标识码：A

文章编号：1006-883X(2019)03-0018-07

收稿日期：2019-02-27

改进的卡尔曼滤波在 MEMS 陀螺仪信号处理的应用

张伯源 高国伟

北京信息科技大学传感器重点实验室，北京 100101

一、引言

随着 MEMS 技术的快速发展，微机械（MEMS）陀螺仪在体积、重量、成本上优势十分明显^[1-5]，目前已广泛应用于无人机、吊舱、战术导弹、惯性导航等各个领域。角速率的测量是惯性导航领域里的关键参数之一，但其精度问题限制了其在惯性导航领域的进一步发展。对 MEMS 陀螺仪信号误差进行辨识分析、建模补偿是提高陀螺仪角速率测量精度的重要方法^[6]。

MEMS 陀螺误差包括固定常值漂移（零偏）、标度因数误差、非正交安装误差、温度漂移误差以及随机漂移误差^[7]，其中固定常值漂移（零偏）、标度因数误差、非正交安装误差、温度漂移误差能够使用高精度三轴转台设备校准以减小对测量结果的影响^[8]。而随机漂移误差是陀螺仪在外界各种干扰力矩的作用下偏离原来的方向产生的，它随时间、外界环境条件不断变化，难以使用标定方法进行处理。

首先，本文介绍了随机误差辨识的 Allan 方差法，并对 MEMS 陀螺随机误差进行了时间序列分析，建立基于时间序列的陀螺仪误差模型，接着在经典卡尔曼滤波器的基础上加入衰减因子和一阶低通滤波后的差分控制项进行自适应估计补偿，最后结合硬件系统进行试验，并利用 Allan 方差法对滤波前后的效果进行对比分析。

二、模型分析与滤波算法原理

1、Allan 方差法

Allan 方差法的提出主要用于分析振荡器的频率和相位的不稳定性，也常用于定量地对陀螺仪各项随机误差进行辨识^[9]，误差分离结果较好，可以作为通过不同算法对陀螺仪补偿前后评价其性能的重要指标。

假设陀螺仪的样本信号长度 N ，采样频率 f ，则采样间隔为 $1/f$ 。然后把样本数据平均分成 K 个子序列，每个子序列有 $n=N/K$ 个样本，每个子序列的时间

长度称为相关时间 $t = \eta f (n < N/2)$ ，则每个序列的平均值 $\bar{\omega}(M)$ 为：

$$\bar{\omega}(M) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \omega_{(k-1)*M+1} \quad (i=1,2,\dots,K) \quad (1)$$

Allan 方差定义为：

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2(K-1)} \sum_{i=1}^{K-1} [\bar{\omega}_{i+1}(M) - \bar{\omega}_i(M)]^2 \quad (2)$$

以 Allen 方差法分析 MEMS 陀螺仪随机噪声包含：量化噪声 (Quantization Noise)、角度随机游走 (AngularRandomWalk)、偏差的不稳定性 (BiasInstability)、速率随机游走 (RateRandomWall)、速率斜坡 (RateRamp) 等 5 种随机噪声 [10-12]。各种随机误差源与 Allan 方差的关系如式 (3) 所示：

$$\sigma^2(\tau) = \sigma_Q^2(\tau) + \sigma_N^2(\tau) + \sigma_B^2(\tau) + \sigma_K^2(\tau) + \sigma_R^2(\tau) \quad (3)$$

然后用最小二乘法对 Allan 方差的曲线拟合，可以求得这几个系数：

$$\sigma^2(\tau) = \sum_{i=-2}^2 A_i^2 \tau^i \quad (4)$$

MEMS 陀螺仪的随机漂移的误差的 5 种随机误差的计算公式如表 1 所示。

表 1 Allen 标准差与常见噪声的对应关系

噪声类型	斜率	标准差
量化噪声 $Q(\mu\text{rad})$	-1	$\sigma(\tau) = \frac{\sqrt{3}Q}{\tau}$
角度随机游走 $N(^{\circ}/h^{1/2})$	-1/2	$\sigma(\tau) = \frac{N}{\sqrt{\tau}}$
零偏不稳定系数 $B(^{\circ}/h)$	0	$\sigma(\tau) = \frac{B}{0.6648}$
速率随机游走 $K(^{\circ}/h^{3/2})$	1/2	$\sigma(\tau) = K\sqrt{\tau/3}$
速率斜坡 $R(^{\circ}/h^2)$	1	$\sigma(\tau) = R\tau\sqrt{2}$

2、时间序列分析方法与参数估计

如果一个时间序列经过平稳性检验后得到一个平稳非白噪声序列，那么该序列中就蕴含着相关性的信息。在统计学中，通常是建立一个线性模型来拟合

该时间序列的趋势。较为常见的模型有 AR、MA、ARMA 和 ARIMA 模型 [13]。不同系统生成的随机序列需要用不同的模型描述，这三种模型之间存在着差异。ARMA 模型、AR 模型和 MA 模型的区别在于它们在自相关函数和偏相关函数上反映出不同的特征。AR 模型的正则方程是一组线性方程，而 MA 和 ARMA 模型的方程一般是非线性。AR 模型具有一系列好的性能，因此也是研究最多并且实现广泛应用的一种模型。

由于陀螺漂移模型阶数相对不高，一般不超过 3 阶，所以可以在参数个数不超过 3 的范围内的模型进行定阶。

本文选择相对简单的 AR(P) 模型。AR(P) 表示是 p 阶的自回归模型，是一种线性的预测，如式 (5) 所示：

$$X_t = \sum_{j=1}^p a_j X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (5)$$

其中， a_j —AR(P) 模型的自回归系数；

ε_t —白噪声， $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_a^2)$ ， $t=1, 2, 3, \dots, N$ 。

自回归模型表征的含义是把 t 时刻测量值由在 t 时刻之前的 p 个时间点的测量值的线性拟合与噪声叠加的输出结果。

在确定模型之后，就要对陀螺仪漂移模型进行定阶。定阶的通用方法有 BIC 准则、AIC 准则、FPE 准则。本文采用 AIC 准则，AIC 准则中文简称为最小信息准则，是由日本数学家赤池弘次提出的。因此，也叫做赤池信息量准则，是估计随机序列模型阶次的一种优良的度量。AIC 准则的公式如式 (6) 所示：

$$AIC(n) = N \ln \sigma^2 + 2n \quad (6)$$

其中， $AIC(n)$ 是关于阶数 n 的函数，当 $AIC(n)$ 的值取最小时， n 即为 AR 模型的阶数 [13]。

确定好 AR 模型的阶数之后的工作就是对 AR 模型的参数进行估计，也就是计算其系数与白噪声。一般选择最小二乘法对 AR 模型的参数进行估计，原因是计算简单、高效并且精度较高，可以满足计算的需求。最小二乘法进行参数估计的公式为：

$$Y = AX + \omega \quad (7)$$

其中： $Y = [X_{n+1}, X_{n+2}, \dots, X_{N-n}]^T$ (8)

$$A = [a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_N]^T \quad (9)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_n & x_{n+1} & \cdots & x_1 \\ x_{n+1} & x_n & \cdots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \cdots & x_{N-n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\omega = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]^T \quad (11)$$

参数估计的公式为:

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (12)$$

利用上述公式就可以建立 MEMS 陀螺仪随机漂移的模型。

3、经典卡尔曼滤波器

卡尔曼滤波是时域内一种基于最小方差估计的递推滤波器, 将状态空间的方法引入到了随机估计理论中, 利用系统状态方程, 观测方程和系统过程噪声和测量噪声描述信号系统的输入输出^[14], 与最小二乘法、维纳滤波等用于估计的算法相比其优点如下:

(1) 利用状态空间法进行系统描述, 状态方程能够描述复杂的多维信号动力学特性, 可以避免对信号进行功率谱分解, 设计简单, 容易用计算机实现;

(2) 不需要保存大量过去的的数据, 而是通过状态转移方程递推计算出新的估计值;

(3) 根据当前测量数据, 可以实时递推计算最优估计值, 适用于各种闭环控制系统。

离散随机系统的卡尔曼状态方程和测量方程的公式表示为:

$$X_k = AX_{k-1} + Bu_k + w_k \quad (13)$$

$$Z_k = HX_k + v_k \quad (14)$$

其中: X_k — k 时刻系统状态量;

Z_k — k 时刻系统观测测量;

u_k — k 时刻系统控制量;

A —系统状态转移矩阵;

H —系统量测矩阵;

w_k —系统过程噪声;

v_k —系统测量噪声。

计算 k 时刻状态的预测值:

$$\tilde{X}_{k|k-1} = A\tilde{X}_{k-1} + Bu_k \quad (15)$$

利用 $k-1$ 时刻状态最优估计结果, 由对 k 时刻状态作一步预测, 当系统没有控制量时 $u_k=0$ 。

均方误差预测为:

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1}A^T + Q \quad (16)$$

其中, P_{k-1} —一步预测协方差矩阵;

$P_{k|k-1}$ —上个滤波周期最优估计的协方差矩阵;

Q —状态噪声矩阵。

计算滤波增益为:

$$K_k = \frac{P_{k|k-1}H^T}{HP_{k|k-1}H^T + R} \quad (17)$$

其中, K_k —卡尔曼增益, 表征系统观测量与一步预测量对于滤波输出贡献的大小;

R — k 时刻量测噪声矩阵。

定义 k 时刻观测值与其估计值的误差为新息:

$$r_k = Z_k - H\tilde{X}_{k|k-1} \quad (18)$$

则 k 时刻卡尔曼滤波输出的最优估计为:

$$\tilde{X}_k = A\tilde{X}_{k|k-1} + K_k * r_k \quad (19)$$

为下个滤波周期的一步预测做准备, 估计的均方误差:

$$P_k = (I - K_k H)P_{k|k-1} \quad (20)$$

状态量及协方差的更新如图 1 所示。

三、改进的卡尔曼滤波器设计

采用传统卡尔曼滤波对陀螺仪进行滤波设计时, 通常假设系统没有确定的控制输入:

$$\tilde{X}_{k|k-1} = A\tilde{X}_{k-1} \quad (21)$$

即式 (21) 中 $u_k=0$, 正是由于这种情况, 使得陀螺仪

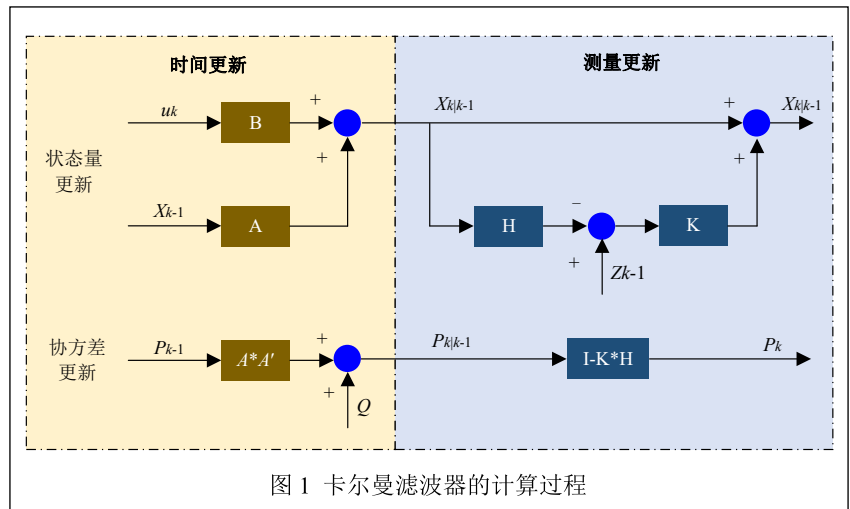


图 1 卡尔曼滤波器的计算过程

输出的零点稳定效果不好,不能控制陀螺仪的动态误差。标准卡尔曼滤波在实际应用时要求有精确的误差模型和各种噪声的先验信息,但通常在许多条件下它们是未知的。使用不精确的模型和噪声统计特征来设计卡尔曼滤波器可能会产生状态估计的误差,甚至会导致滤波发散。

本文在此基础上增加控制输入量,即计算一阶低通滤波之后的数据 $y(n)$ 进行差分求取输入的控制项 u_k , 如下:

$$y(i)=(1-\beta)*y(i-1)+\beta*y(i) \quad (22)$$

$$u_k=y(n)-y(n-1) \quad (23)$$

其中, $y(i)$ —当前时刻陀螺仪采样数据;

$y(i-1)$ —上一时刻陀螺仪采样数据;

β —低通滤波器系数。

自适应卡尔曼滤波可以利用观测数据进行递推,同时实时地对不确定的模型参数和噪声 Q 和 R 的统计特性进行适当的估计和修正,使得模型误差减小。但相对计算量偏大,增加时间复杂度。因此本文在传统的卡尔曼滤波器对一步预测方差计算式中增加了一个衰减因子^[15],并且可以在运算速率和提高计算的准确性两者间获得平衡。

带入状态方程计算 k 时刻的状态一步预测:

$$\tilde{x}_{k|k-1} = A\tilde{x}_{k-1} + Bu_k \quad (24)$$

在传统卡尔曼滤波器的计算式中加入衰减因子 λ ,

其公式如下:

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1}A^T + \lambda BQB^T \quad (25)$$

$$K_k = \frac{P_{k|k-1}H^T}{\lambda HP_{k|k-1}H^T + R} \quad (26)$$

$$P_k = \frac{1}{\lambda}(I - K_kH)P_{k|k-1} \quad (27)$$

其中, λ 为预测方差引入的衰减因子^[17-18],使新数据可以充分参与到估计当中去, λ 通常在 0~1 之间取值,通过对比方差和标准差本文 λ 取值为 0.9。

四、实验结果与数据分析

为验证模型可靠性与设计的滤波器的性能,使用单轴 ADXRS450 水平放在高精度三轴转台上,如图 2 所示。用电脑连接好数据线串口,接通电源后将陀螺

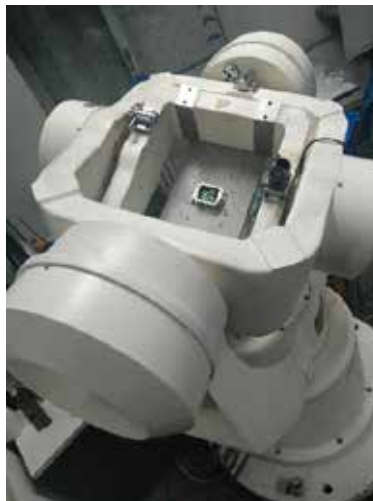


图 2 三轴测试转台

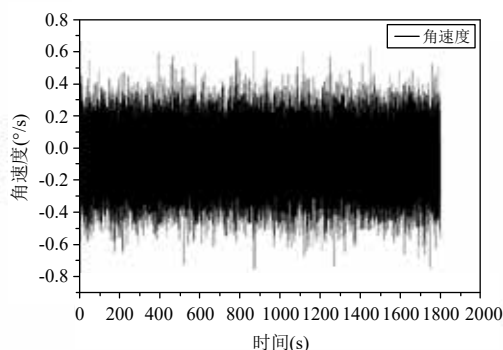


图 3 MEMS 陀螺仪采样原始数据

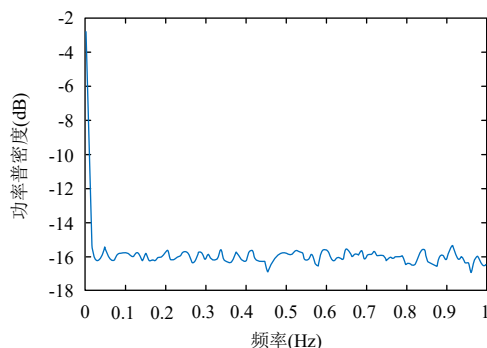


图 4 MEMS 陀螺仪随机误差功率谱图

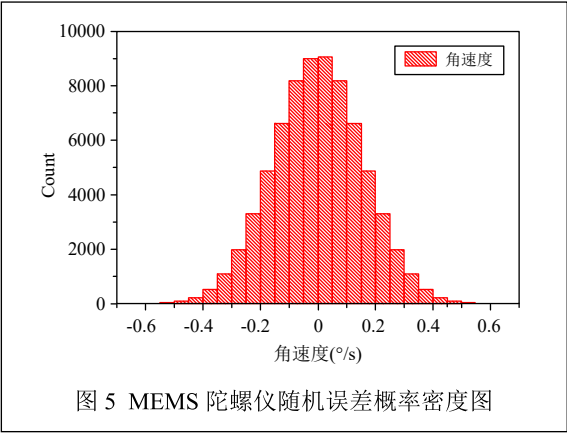


图 5 MEMS 陀螺仪随机误差概率密度图

表 2 AR 模型系数与 AIC 值

模型	a_1	a_2	a_3	AIC
AR(1)	0.1047	0	0	-1.77773
AR(2)	0.0946	0.0968	0	-1.77766
AR(3)	0.0854	0.0878	0.0951	- 1.77762

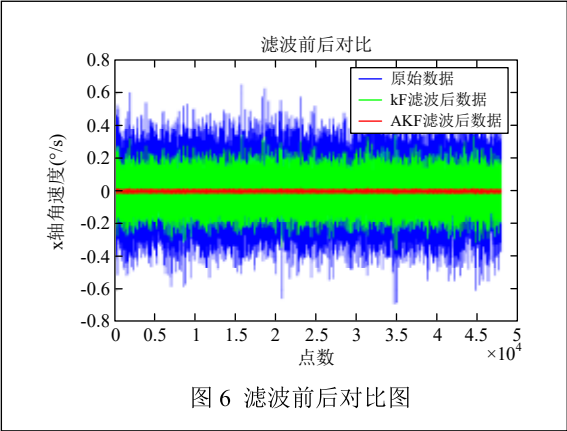


图 6 滤波前后对比图

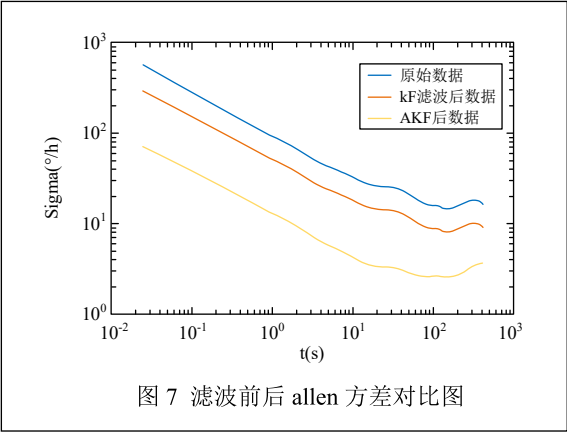


图 7 滤波前后 allen 方差对比图

仪保持静止状态，预热 30min，等待数据稳定后开始采集陀螺仪数据，时长 2h，并截取前 30min 的角速率数据作为样本进行分析，对样本数据进行零均值检验，并验证平稳性和正态性。

首先，获取 MEMS 陀螺仪的随机信号，通过求取采样数据平均值得到随机漂移的常量值，再用采集到的原始数据减去这个值得到如图 3 所示。

图 4 为陀螺仪随机误差的功率谱图。由于陀螺仪随机误差的频率主要分布在低频段，没有明显的尖峰现象，这意味着陀螺仪信号没有强周期性，即陀螺仪随机误差中基本没有明显的周期分量，满足平稳性的要求。

图 5 为 MEMS 陀螺仪角速率随机误差的概率密度直方图，由图可知随机误差结果满足正态性的要求。

验证之后的建模步骤是：依次以 AR(1)、AR(2)、AR(3) 模型进行拟合，表 2 为 AR 模型拟合系数和 AIC 计算值。

由表 2 得出计算的 AR 模型的 AIC 最小值为 AR(1) 模型，因此，本文采用该模型对陀螺仪信号进行模型建立，经过 AR(1) 模型后的 MEMS 陀螺仪随机漂移信号。

$$\tilde{x}_{k|k-1} = 0.1047\tilde{x}_{k-1} \tag{28}$$

将经典卡尔曼滤波处理后的数据与自适应卡尔曼滤波处理后的效果进行比较，如图 6 所示。可以看出经过滤波处理后系统有效信号的随机量明显减小，波形更加平稳光滑，说明改进的自适应卡尔曼滤波器能有效的补偿 MEMS 陀螺仪静态随机噪声对系统量测精度的影响，较经典卡尔曼滤波算法滤波效果提升明显。

采用 Allan 方差分析法对两种滤波方法误差补偿后的信号进行辨识分析，两种滤波方法的方差曲线均整体下移，传统标准的卡尔曼滤波的滤波效果提升不明显，而改进的滤波误差补偿算法较传统算法有较大性能提高，零偏不稳定性经滤波后降低了一个数量级。

滤波前后各指标对比如表 3 所示。从表中可见原始数据滤波后均值提升 1 个数量级，方差提升 2 个数量级，量化噪声精度提高近 1 个数量级，角度随机游走精度提高 93.3%，角速率游走提高 94.48%。综上所述，改进的滤波方法对陀螺仪静态随机误差的补偿效果显著。

表3 滤波前后各指标对比

参数	原始数据	KF	AKF
均值 ($^{\circ}/s$)	-6.5238e-04	-3.6062e-04	-3.7936e-05
方差 ($^{\circ}/s$)	0.0246	0.00680	3.0085e-05
量化噪声 $Q(\mu rad)$	0.9248	0.122547	0.028007
角度随机游走 ($^{\circ}/h^{1/2}$)	1.4759	0.44904	0.029897
角速率游走 ($^{\circ}/h^{3/2}$)	178.8436	105.387	5.82

五、总结

为了解决低成本 MEMS 陀螺仪相较于高精度陀螺仪容易受噪声干扰的问题, 本文提出自适应卡尔曼滤波处理方法。首先介绍了用来辨识陀螺仪各种噪声的 Allen 方差分析法, 对时间序列模型的参数进行估计, 并根据 AIC 准则进行分析定阶, 进而确定了 MEMS 陀螺仪模型。在传统卡尔曼滤波器的基础上设计了带衰减因子的自适应卡尔曼滤波器, 并引入一阶低通滤波后的差分控制项, 对 MEMS 随机误差进行补偿。实验结果表明, 本文的算法对数据滤波效果明显, 能够减小随机噪声对 MEMS 陀螺仪静态性能的影响, 提高角速率输出的精度。

参考文献

- [1] 郭秀中编著. 惯导系统陀螺仪理论 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
- [2] El-Sheimy N, Hou H, Niu X. Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2008, 57(1):140-149.
- [3] 霍元正. MEMS 陀螺仪随机漂移误差补偿技术的研究 [D]. 南京: 东南大学, 2015.
- [4] Wazir Zada Khan, Yang Xiang, Member. Mobile Phone Sensing Systems: A Survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2013, 15(1): 402-427.
- [5] 张玉莲, 储海荣, 张宏巍, 等. MEMS 陀螺随机误差特性研究及补偿 [J]. 中国光学, 2016(4): 501-510.
- [6] 孙伟, 文剑, 张远, 等. MEMS 陀螺仪随机误差的辨识与降噪方法研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2017(1): 15-20.
- [7] 于丽洁, 高宗余. MEMS 传感器随机误差分析 [J]. 传感器与微系统, 2012, 31(3): 63-65.
- [8] 陈旭光, 杨平, 陈意. MEMS 陀螺仪零位误差分析与处理 [J]. 传感技术学报, 2012, 25(5): 628-632.
- [9] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros[S]. USA: IEEE Stand Board, 1998.
- [10] 赵思浩, 陆明泉, 冯振明. MEMS 惯性器件误差系数的 Allan 方差分析方法 [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40(5): 672-675.
- [11] 张晓峰, 张加书, 包旭馨, 蒋孝勇, 李孟委. 基于 Kalman 滤波器的 MEMS 陀螺随机误差分析与建模补偿 [J]. 电子器件, 2018, 41(03): 730-733.
- [12] 刘孝博, 陈光武, 王迪, 王登飞. MEMS 陀螺仪漂移和噪声的分析和补偿 [J]. 传感技术学报, 2018, 31(03): 368-373.
- [13] 金光明, 张国良, 陈林鹏, 田琦. MEMS 陀螺仪静态漂移模型与滤波方法研究 [J]. 传感器与微系统, 2007(11): 48-50.
- [14] 付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [15] 徐文. SKF 滤波与 AKF 滤波在边坡形变的应用 [J]. 微型机与应用, 2017, 36(02): 14-16.
- [16] 段栋栋. 高精度 MEMS 陀螺仪的滤波算法研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2014.
- [17] 李洪亮, 时荣, 钟双. 自适应卡尔曼滤波在大坝形变预报中的应用分析 [J]. 测绘技术装备, 2015, 17(01): 48-52.
- [18] 霍元正. MEMS 陀螺仪随机漂移误差补偿技术的研究 [D]. 南京: 东南大学, 2015.

Application of Improved Kalman Filter in Signal Processing of MEMS Gyroscopes

ZHANG Bo-yuan, GAO Guo-wei

(Beijing Sensor Key Laboratory, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100101, China)

Abstract: Aiming at the problem that the random output drift error of MEMS gyroscopes affects the measuring accuracy, an improved Kalman filter method is proposed to compensate the error of MEMS gyroscope. Traditional Kalman filter is a recursive estimation of random sequences in time domain using statistical characteristics, so as to obtain the signal needed for measurement. In this paper, a attenuation factor and a difference control item are introduced on the basis of the traditional Kalman filtering algorithm to estimate the variance of the noise measured by Kalman filter adaptively. Combining with the hardware system, the static performance test and dynamic performance test of the algorithm are carried out, and the results of the original gyroscope signal and the gyroscope signal after error compensation are compared and analyzed

by Allan Variance analysis, and the comparison data show that the static random error of the gyroscope can be effectively suppressed. Thus, it is proved that the algorithm has certain application value in the static data processing of gyroscope.

Key words: MEMS gyroscope; Allan variance; Random drift; adaptive Kalman filter

作者简介

张伯源, 北京信息科技大学传感器重点实验室, 硕士, 研究方向为控制工程。

通讯地址: 北京北四环中路 35 号

邮编: 100101

邮箱: zbybvn@163.com

高国伟, 北京信息科技大学传感器重点实验室, 研究员, 博士, 研究方向为新型传感器及系统。