

## V形槽静电超声传感器

## 静电场不均匀性研究



注：国家自然科学基金资助项目（69974001）；国家科技部攀登计划资助项目（国科基字[1999]045）；安徽省自然科学基金资助项目（99043522）

摘要：分析 V 形槽静电超声传感器微气隙结构研究静电场不均匀性，用解拉普拉斯方程的方法解的单个 V 形槽面电荷密度。通过建立  $\pi/4$  角两平板电容器模型，提出 V 形槽静电传感器电容值的定量计算方法，得到与试验相接近的结果。

关键词：静电超声传感器；V 形槽面电荷密度；静电容

中图分类号 TP212.1 文献标识码：A 文章编号：1006-883X(2006)03-0006-004

▶▶ 操文祥 葛立峰

## 一、引言

近十年来，微气隙结构静电超声传感器被广泛用于气载超声传感器、机器人自动测距、无损扫描、声成像和声显微等领域。随着微加工技术和微电子电路不断发展，将其整合构成微机电系统有了更广阔的应用前景。

V 形槽超声传感器是微气隙静电超声传感器的一种重要类型，弄清楚此传感器的传感机制，建立可靠的先验理论模型，对其内部电容值的分析计算显得非常重要。1995 年荷兰学者在一篇 IEEE 文章中提出通过理论近似公式<sup>[4]</sup>，求得其电容值  $C_0 = 570\text{pF}$ ，与实际的测量值  $C_0 = 950\text{pF}$  有很大差距，文中明确指出存在脊部分，但忽略了其电容值计算，因而产生较大误差。本文在该文章基础上全面分析了 V 形槽内部电荷分布情况，提出其电容值的理论计算公式，并对一典型 V 形槽传感器进行分析计算，得出结果与试验测得值完全吻合。

## 二、理论分析

微气隙结构静电超声传感器的物理结构<sup>[1][3][4][5]</sup>如同图 1 所示电容器，它由一个镀有金属电极得可动极板（膜片）和一个静止极板（具有  $90^\circ$  V 形槽背板）构成。

从图 1 我们可以注意到，这种 V 形槽的微气隙结构超声传感器可以看作是由图 2 所示的宽为  $w$  长度为  $dl$  的微单元构成的。因此，问题的关键是要确定这个微单元的静电容值，这样进而对整个膜片的面积积分就得到这个 V 形槽传感器的静电容值。此微单元片由气隙部分和脊部分组成。气隙部分由宽  $w - b$ ，深  $h$  的气隙以及厚  $d_m$  的膜组成，膜片和背板之间受外

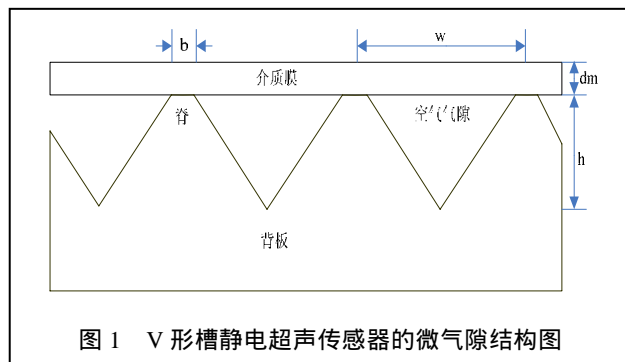


图 1 V 形槽静电超声传感器的微气隙结构图

加电压  $U_0$  作用，使得此气隙部分电荷发生变化产生电场。因为电压  $U = \int_{\text{背板}}^{\text{上电极}} E dl$ ，所以背板与膜片接触处距离最小，此处电场强度  $E$  最强；槽底处距离最大，电场强度最弱。电场强度大小与电荷分布有关，所以电荷分

布应集中在背板与膜片相接触处及附近,槽底附近的电荷几乎没有;脊部分由左右各宽  $b/2$ ,长  $dl$ ,厚  $d_m$ 的导电膜片组成,该部分形成一平行板电容器,由于膜片厚度很小,导致其电场强度和电荷密度很大,电容值相应变大,所以此部分电容不能忽略。此微单元片的电容应由气隙电容和脊电容并联组成。

由于 V 形槽是对称结构,选取槽单元片一半作为研究对象,并建立如图 3 所示的极坐标系,即  $\pi/4$  角两导电平面模型<sup>[1]</sup>。其中图中将厚度为  $d_m$  相对介电常数  $\epsilon_r$  的介电材料膜,等效为厚度  $d_m/\epsilon_r$  的空气膜。气隙内部体电荷密度  $= 0$ , 所以该区域内任意点的电势  $U$  满足拉普拉斯方程<sup>[2]</sup>。在直接坐标系下有:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

V 形槽中,矩形模板的纵向尺寸比横向尺寸大的多,因此可认为系统的几何形状不随  $z$  变化,即  $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$ 。所以

$$\text{以 (1) 式可写成: } \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

$$\text{在极坐标系下可化为: } \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} = 0 \quad (3)$$

用半径  $r$  和角  $\phi$  有关的函数乘积做式 (3) 的试探解:

$$U(r, \phi) = R(r)\phi(\phi) \quad (4)$$

$$\text{代入 (3) 式, 则得: } \frac{\phi}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{R}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} = 0 \quad (5)$$

对 (5) 式进行分离,其每一项是单一变量的函数,同时乘上  $r^2/R\phi$ , 并令每一项等于常数  $n^2$ , 使得:

$$\frac{r}{R} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dR}{dr} \right) = n^2 ; \quad \frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\phi^2} = -n^2 \quad (6)$$

求得  $\phi$  的解为:

$$\Phi = \begin{cases} A_1 \sin n\phi + A_2 \cos n\phi & (n \neq 0) \\ B_1 \phi + B_2 & (n = 0) \end{cases} \quad (7)$$

用  $n = 0$  时与半径  $r$  无关的式 (7) 的解:

$$U(\phi) = B_1 \phi + B_2 \quad (0 \leq \phi \leq \pi/4)$$

$$\text{由给定边界条件: } U(\phi = 0) = 0 ; \quad U(\phi = \pi/4) = U_0 \quad (8)$$

$$\text{可解得势函数: } U(\phi) = \frac{4U_0}{\pi} \phi \quad (0 \leq \phi \leq \pi/4) \quad (9)$$

$$\text{电场强度为: } E_\phi = -\frac{1}{r} \frac{dU}{d\phi} = -\frac{4U_0}{r\pi} \quad (10)$$

于是,上电极上的面电荷密度为:

$$\sigma(\phi = \pi/4) = -\epsilon_0 E_\phi(\phi = \pi/4) = \frac{4\epsilon_0 U_0}{r\pi} \quad (11)$$

V 形槽单元片气隙电容为:

$$C_{a\text{pitch}} = \frac{Q}{U_0} = \frac{\iint \sigma ds}{U_0} = \frac{\iint (4\epsilon_0 U_0 / r\pi) ds}{U_0} = \iint \frac{4\epsilon_0}{r\pi} ds \quad (12)$$

从而解得:

$$C_{a\text{pitch}} = \frac{8\epsilon_0}{\pi} \int_0^{dl} \int_{d_m/\epsilon_r}^{d_m/\epsilon_r+h} \frac{1}{r} r dr dz = \left[ \frac{8\epsilon_0}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{\epsilon_r h}{d_m} \right) \right] dl \quad (13)$$

$$\text{V 形槽单元片脊电容: } C_{r\text{pitch}} = \frac{\epsilon_0 S}{d_m/\epsilon_r} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r b}{d_m} dl \quad (14)$$

V 形槽单元片电容:

$$C_{\text{pitch}} = C_{a\text{pitch}} + C_{r\text{pitch}} = \left[ \frac{8\epsilon_0}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{\epsilon_r h}{d_m} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r b}{d_m} \right] dl \quad (15)$$

由于每个 V 形槽均有相同结构,传感器总电容是所有微单元的电容的和。而静电传感器为圆柱形,等效长度为

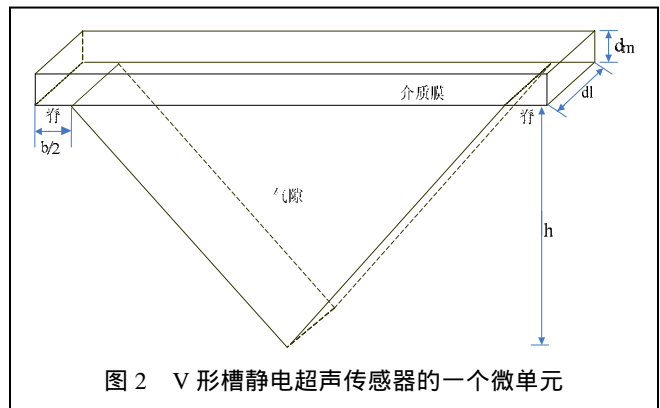


图 2 V 形槽静电超声传感器的一个微单元

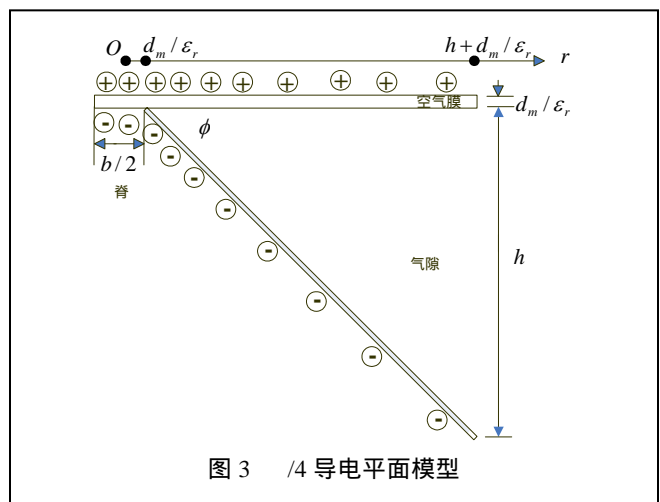


图 3  $\pi/4$  导电平面模型

$S/W$ , 即  $\frac{S}{2(h+b)}$ , 其中,  $S = \pi a^2$  ( $a$  是传感器半径) 于是,

传感器总电容为:

$$C = \int_0^{\frac{S}{2(h+b)}} \left[ \frac{8\epsilon_0}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{\epsilon_r h}{d_m} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r b}{d_m} \right] dl \quad (16)$$

$$\text{即: } C = \frac{4\epsilon_0 S}{\pi(h+b)} \ln \left( 1 + \frac{\epsilon_r h}{d_m} \right) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S b}{w d_m} \quad (17)$$

### 三、应用分析

采用上述方法对参考文献[4]中半径  $a = 33.5\text{mm}$ , 槽宽  $w = 0.5\text{mm}$ , 膜厚  $d_m = 8\mu\text{m}$ , 相对介电常数  $\epsilon_r = 3$ , 槽深  $h$ , 脊宽  $b$  的典型静电传感器电容值进行定量计算。用 mathematica 软件编程, 求得不同脊宽对应传感器电容值如表 1 所示。

表 1 不同脊宽对应传感器电容值

| 脊宽 $b$ ( $\mu\text{m}$ ) | 0     | 5     | 10    | 15     |
|--------------------------|-------|-------|-------|--------|
| 气隙电容 $C_{aq}$ (pF)       | 723.2 | 721.6 | 720.1 | 718.5  |
| 脊电容 $C_r$ (pF)           | 0     | 117.0 | 234.0 | 351.0  |
| 传感器电容 $C$ (pF)           | 723.2 | 838.7 | 954.1 | 1069.5 |

本文提出的电容计算公式一式(17)中前半部分即气隙部分与 IEEE 上提出的近似公式  $C_0 \cong \frac{\epsilon_0 S}{h} \ln \left( 1 + \frac{\epsilon_r h}{d_m} \right)$  [4] 基本相同, 但参考文献[4]计算时认为传感器的脊宽  $b$  为 0, 槽深  $h$  就是槽宽  $w$  的一半, 忽略了脊部分电容。但从上表 1 中明显可以看出随脊宽度增大产生的脊电容值也随之增大, 不可以忽略。从表 1 我们可以做出断定, 参考文献[4] V 形槽传感器脊宽应在  $10\mu\text{m}$  左右, 此时与理论试验值  $950\text{pF}$  可以达到很好的一致。

### 四、结论

提出了 V 形槽静电超声传感器电容值的理论计算方法。该方法通过建立模型, 对静电超声传感器静电场不均匀性进行了理论分析, 得出其内部电势电场和电荷分布, 从而得出传感器电容值理论计算公式。采用此方法计算还存在一些误差。主要原因: 计算过程中做了一些近似处理和简化, 没有考虑边缘效应; 同时在求单个 V 形槽电容值时忽略了其它槽对该槽电容值影响; 另外在施加偏置电压  $U_0$  后, 忽略了膜片发生形变的影响。进一步工作需要模型进行

改进, 同时要进一步分析膜片发生形变对面电荷密度的影响。

### 参考文献:

- [1.] 葛立峰. 微气隙结构超声传感器的理论模型[J]. 科学通报, 1997, 42(22): 2387 - 2390.
- [2.] 马库斯. 赞思, 吕继尧等译. 电磁场理论解题方法[M], 北京: 人民邮电出版社, 1987: 289 - 293, 304 - 306.
- [3.] Li-Feng Ge. Electrostatic Airborne Ultrasonic Transducers: Modeling and Characterization[J]. IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1999, 46(5): 1120-1127.
- [4.] Pentti. Mattila, Fabio. Tsuzuki, Hdli. Vaataja, Ken. Sasaki. Electroacoustic model for electrostatic ultrasonic transducers with V-grooved backplates[J]. IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1995, 42(1): 1~7.
- [5.] J. Hietanen, J. Stor-Pellinen, M. Laukala. A model for an electrostatic ultrasonic transducer with A grooved backplate[J]. Meas Sci Technol, 1992, 3(11): 1095 - 1097.

### Research On Electrostatic Field Asymmetry Of Ultrasonic Transducers With V-Grooved Backplates

**Abstract:** In this paper, by analyzing micro air-gap structure for electrostatic ultrasonic transducers with V-grooved backplates, a research on electrostatic field asymmetry of ultrasonic transducers is indicated. A single V-grooved surface charge density is solved by solving Laplace's equation. By modelling a  $/4$  angle for an electrostatic ultrasonic transducer with a grooved backplate, a method is proposed. And calculating its capacitance, the outcome is very close to the experimentation result.

### 作者简介:

操文祥, 安徽大学电子科学与技术学院硕士研究生, 主要研究方向为自动检测与信号处理  
通讯地址: 皖安徽大学电子科学学院 04 届研究生(230039)  
Email: sanguang82@sina.com 电话: 13865918571  
葛立峰, 安徽大学电子科学与技术学院教授、博士生导师, 主要研究方向为振动, 声和超声传感器领域

本文编辑: 霍莉 读者服务卡编号 001