

# 小波方差在信号特征提取中的应用

基金项目：西安理工大学“特色与研究创新基金”和陕西省教育厅科技专项基金，陕西省“火炬计划（2002KH52）”。

摘要：根据小波变换的特点，引入了单一尺度下的小波方差，研究了其在反映随机信号的统计特征方面的特点，以及在信号特征提取中的应用。最后，以一类石油测井信号为实例，分别利用小波方差分析和提取信号在强噪声环境下的特征脉冲。研究结果说明：小波方差是表征信号能量的一个物理量，也是提取非平稳信号的特征的有效方法。

关键词：小波变换；小波方差；信号分析；特征提取

中图分类号：O17 文献标识码：A 文章编号：1006-883X(2006)01-0033-04

杨艺 李建勋 柯熙政 ◀◀

## 一、引言

对复杂信号作小波变换，进行多分辨率分析，已经成为信号分析和处理的常用方法。由于小波变换的结果体现为大量的小波分解系数，这些系数包含了系统或信号本身大量和多样的特征信息。如果信号的主要信息能以一个或一组特征量来表征，我们就可以更加直观、有效和方便地对各种随机信号进行信息提取、信号检测、特征识别。本文从小波变换的角度出发，通过在尺度域上对信号能量的一种划分，引入了小波方差作为信号特征提取的特征量，来反映系统信号的统计特征。结果表明，本文提出的方法能准确提取含有瞬变成分的信号的特征信息，是非平稳信号分析和处理的有力工具。

## 二、小波变换和小波方差

小波变换的多分辨率分析方法具有变焦功能，即可以通过小波基的伸缩和平移对信号进行多尺度分析，同时在时频两域定位分析非平稳时变信号，具有良好的时频局部化特性，能够强有力地刻画信号结构。

### 1、连续小波变换与离散小波变换

小波是一个均值为 0 的  $L^2(R)$  函数：
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) dt = 0 \quad (1)$$

其满足允许性条件： $C_{\psi} = \int_0^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty$ 。其中： $\hat{\psi}(\omega)$  是  $\varphi(t)$  的傅立叶变换。

对  $\varphi(t)$  做伸缩  $s$ 、平移  $u$  可得到一族时频原子：
$$\varphi_{s,u}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \varphi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (2)$$

这样， $L^2(R)$  函数关于时间  $u$ ，尺度  $s$  的小波变换定义为<sup>[1]</sup>：
$$Wf(s,u) = \langle f, \varphi_{s,u} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \varphi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (3)$$

小波系数反映了信号与小波基在不同尺度下的相关程度。小波系数随尺度变化的衰减性反映信号的正则性<sup>[1]</sup>。在信号光滑区域内，小波系数随着尺度的减小快速衰减到零，而小波系数大幅度变化的情况，往往反映了奇异点的信息。

对小波函数中的尺度参数及平移参数按幂级数作离散化, 令伸缩参数  $s = 2^{-m}$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ), 平移参数  $u = ns$  ( $n = 0, 1, \dots, 2^{M-m} - 1$ ), 对于样本数为  $N$  的信号采样值,  $M = \log_2 N$ .

$$\text{记离散小波基为: } \varphi_{m,n}(t) = 2^{m/2} \varphi(2^m t - n) \quad (4)$$

对时间序列  $f(i)$  ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ) 进行离散小波变换, 每一小波系数可以写成  $f(i)$  与离散小波的  $n$  平移内积:

$$Wf(m, n) = \langle f(i), \varphi_{m,n}(i) \rangle = \sum_{i=0}^{N-1} f(i) \varphi(2^m i - n) \quad (5)$$

## 2、单尺度下的小波方差

由帕斯瓦尔方程可知, 正交小波基下的小波变换具有能量守恒的性质:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |Wf(m, n)|^2 = \|f\|^2 \quad (6)$$

$|Wf(m, n)|^2$  对应于能量密度, 定义某个尺度  $m$  下的小波能量

$$\text{为: } E_m = \sum_n |Wf(m, n)|^2 \quad (7)$$

$$\text{尺度 } m \text{ 下的小波方差为: } V_m^2 = \sigma_m^2 = \frac{1}{N} E_m = \frac{1}{N} \sum_n |Wf(m, n)|^2 \quad (8)$$

比较单一尺度下的小波能量及小波方差的定义, 可以看出两者有共同的量纲, 而小波方差可以看作随机信号序列在单一尺度下的平均能量。我们对随机信号进行多分辨率分析, 使其经正交小波基分解为不同尺度下的各个分量。各尺度的小波方差形成尺度域的能谱, 是基于尺度的方差分析, 可以描述单一尺度下的信号特征, 其已经在图像处理<sup>[4, 5]</sup>领域得到应用。

## 三、应用实例

在石油开采的钻井过程中, 采用泥浆为信号传输媒介。井下参数(井斜、方位等)以脉冲位置调制形式进行编码产生脉冲信号, 然后通过电磁机构的控制, 引起流动泥浆压力的瞬间变化, 把编码脉冲转化为泥浆压力脉冲, 达到传输信号的目的。地面系统通过压力传感器对泥浆压力变化信号进行测量。由于泥浆压力信号会随着传输距离的增加被衰减和污染, 且往往淹没在泥浆噪声中, 必须采用特殊的特征提取和信号识别方法。图 1 是一参数经脉冲位编码后产生的理想脉冲串。图 2 是相应的泥浆压力脉冲信号, 是我们在开采现场得到的一组典型的实际信号。图中比较明显的四个峰值对应着有效的编码脉冲, 可以看出, 信号中带



图 1 利用脉冲位置编码后的脉冲串

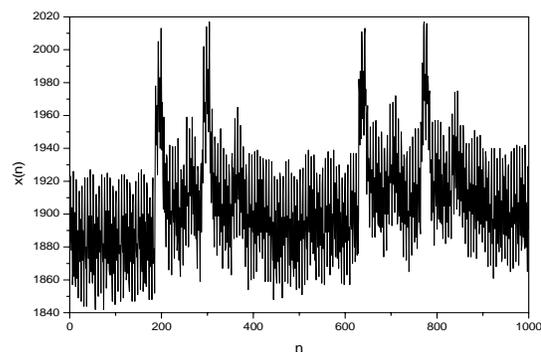


图 2 压力传感器测量得到的采样值

有高频白噪声和低频噪声, 而且在每个有效脉冲的后面还有一个干扰脉冲。如果采用经典的滤波方法来滤除噪声, 往往需要知道信号与噪声的某些先验知识, 即它们各自的统计分布或自相关函数, 而本文提出的小波方差方法却不需要任何先验分布知识, 即可有效地完成特征提取和信号识别。

## 1、计算方法

本文的计算基于多分辨率分析的快速小波变换, 可推广应用于连续小波的离散化结果。

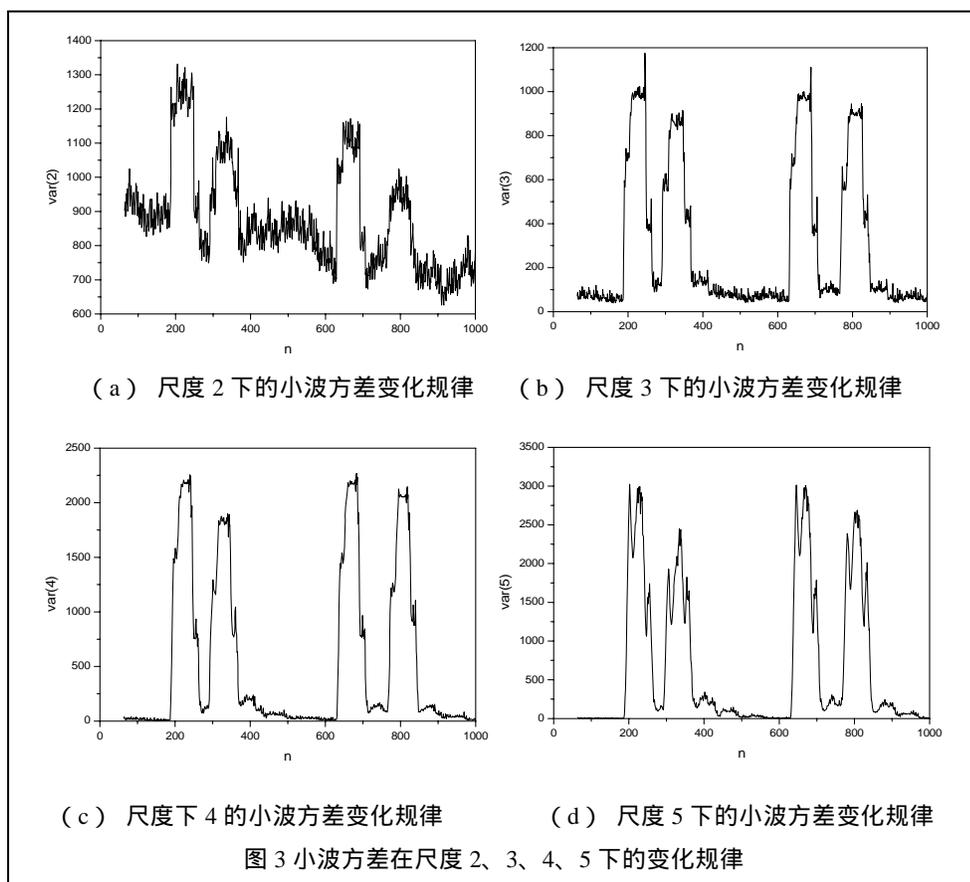
我们采用 B 样条正交小波基, 该小波具有紧支、对奇异值敏感的特点。将信号分解为 5 个尺度下的各个分量, 相当于用一组高通和低通镜像滤波器对信号作逐步分解。低通滤波器产生信号的低频分量  $A_j(n)$ , 高通滤波器产生信号的高频分量  $D_j(n)$ 。每次把上一尺度的低频分量作分解, 得到下一尺度的两个分解分量。经过 5 层分解后, 得到互相正交的分量, 即:

$$\begin{aligned} f(n) &= D_1(n) + A_1(n) = D_1(n) + D_2(n) + A_2(n) = \dots = \\ &= \sum_{j=1}^5 D_j(n) + A_5(n) \end{aligned} \quad (14)$$

信号的采样点数  $n = 1000$ , 为了分析信号特征在时域的变化情况, 我们采用加窗的方法, 定义一滑动窗, 窗宽取  $w = 64$  (可调), 滑动因子取 1, 所有的数据需要的滑动次数为  $m = n - w + 1$ 。在每一个滑动窗内先作多分辨率分析, 求得各尺度的小波系数, 其次根据小波方差的定义, 得到计算结果。

## 2、结果分析

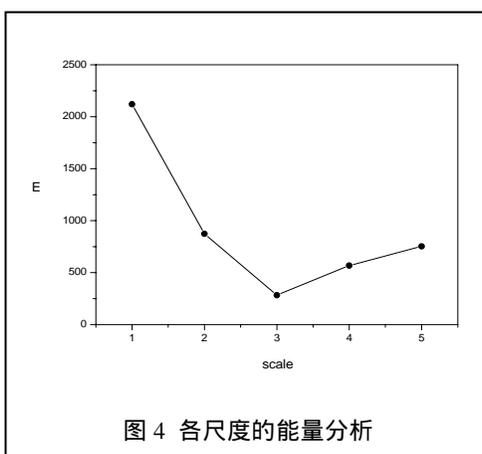
图 3 中的 (a) (b) (c) (d) 给出了信号在尺度 2、3、



4、5 下的小波方差的计算结果。图 4 是对全部数据进行小波分解后，各尺度的能量分布结果。

从图 3 可以看出，4 个尺度下的小波方差都可提取出信号中的特征脉冲，但效果不同，尺度 2 下的结果最差，离我们的期望仍然很远，尺度 3 和尺度 5 下提取的特征脉冲效果较好，但“毛刺”还是比较多，尺度 4 下的脉冲波形相对清晰和光滑，很容易对幅度设定一个阈值来识别脉冲。这是因为原始信号中的特征脉冲在尺度 4 下与小波基相关性更强，尺度 4 上的小波方差更好地反映了特征脉冲的能量变化。我们不难看出：在尺度 2、3、4 下，小波方差的方法对噪声不敏感，且都对低频的趋势噪声有很好的抑制。

就本例中的脉冲位置编码的解调而言，脉冲幅度的变换并不重要，只要求信号处理保持住相邻脉冲的间隔，因此小波方差是有别于经典滤波的一种相当有效的方法。其具有对噪声不敏感的特点。另外，从上面的结果可以看出：小波方差方



法对特征的提取以及对噪声影响的弱化都依赖于尺度的选择。但这种方法对一般非平稳随机信号的特征提取和分析仍具有普遍意义，尤其适用于带有瞬变特征的信号分析和处理<sup>[3]</sup>。

#### 四、结论

基于小波变换的多分辨率分析是时间（空间）- 频率域上的分析方法，已得到广泛应用。首先，小波方差是基于多分辨率分析的一个有效特征量，可以表征不同尺度的信号特征，它撇开了直接处理大量的小波系数，而是建立了挖掘这些数据及其蕴涵信息的普适量；其次，小波方差具有意义明确、计算简单、对噪声不敏感的特

点。同时，我们注意到，单一尺度下的小波方差对信号特征的提取效果依赖于尺度的选择，但对于事后分析来说，这一点并不难做到。

#### 参考文献：

- [1] Mallat. 信号处理的小波导引[M]. 北京：机械工业出版社，2002,58 - 59
- [2] 陈逢时. 子波变换理论及其在信号处理中的应用[M]. 北京：国防工业出版社，2001,8 - 11
- [3] 李建平. 基于小波变换的非平稳随机信号处理[J]. 工程数学学报, 2001, 18(5): 99 - 104
- [4] 郑永安. 基于小波变换的区域特征加权自适应图像融合算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, (6): 94 - 95
- [5] 强赞霞 彭嘉雄. 基于小波变换局部方差的遥感图像融合[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2003, 31(6):89-91

#### Study On Wavelet Variance And Its Application In Signal Feature



## Extraction

**abstract** : The wavelet variance is introduced based on wavelet transform. Its utility of reflecting the statistic characteristics of random signals and application in feature extraction are analyzed. At last, taking one style of signal acquired from oil exploration as an example, wavelet variance is applied in analyzing and extracting the valid pulses polluted by noise. Research and the case indicate that wavelet variance is an effective approach to extracting signal feature.

**Keyword** : wavelet transformation; wavelet variance; signals analysis; feature extraction

## 作者简介 :

杨艺, 西安理工大学硕士研究生, 主要研究方向为信号处

理, 信号检测和识别。

通信地址 : 西安理工大学自动化学院电子系 106 #

邮编 : 710048 电话 : 029 - 82312642

E-mail:juanfa088@yahoo.com.cn Tel:13572464096

李建勋, 西安理工大学教授, 博士生导师。《战术导弹技术》杂志编委。广州 750 厂导航事业部兼职研究员。编著有《无线激光通信概论》和《模糊控制及其 MATLAB 应用》。主要研究方向为激光通信技术和信号处理; 柯熙政, 西安理工大学博士研究生, 主要研究方向为小波分析、信息融合。

本文编辑 : 陈明 读者服务卡编号 008